

$$3) \quad y' = \frac{x}{y(x)} + \frac{y(x)}{x}$$

Hledám řešení tvaru $y(x) = z(x) \cdot x$. To je

opět BČNO, aleť $D_{RHS} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, i.e.

Budu hledat řešení pro $x \neq 0$ a tedy

že vždy můžeme $z(x) = \frac{y(x)}{x}$.

Dostáváme $z(x) + z'(x) \cdot x = \frac{1}{z(x)} \cdot z(x)$

i.e. $z'(x) = \frac{1}{z(x) \cdot x}$

pro tož je hledán řešení z def. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

1. $g(x) = \frac{1}{x}$, $h(x) = \frac{1}{x}$, $D_h = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

[Podmínka $z \neq 0$ plyne z původní rovnici]

2. Fce g zero by v' 0.

3. Max. ind. $\mathcal{I}$ join $\mathcal{I}_1 = (-\infty, 0), (0, \infty) = \mathcal{I}_2$

4. Pro z is harmonic: $\forall \mathcal{I}_1$ also $\mathcal{I}_2$

$$z'(x) \cdot z(x) = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1}{x} dx \stackrel{c}{=} \ln |x|, \quad \int x dx \stackrel{c}{=} \frac{x^2}{2}$$

Dostáváme $\frac{z^2(x)}{2} = \log |x| + C$, $C \in \mathbb{R}$

5. $G(J_i) = (0, \infty)$

z má hodnoty v J_1 , pak dostaneme podmínku

$$\log |x| + C > 0 \quad \text{i.e.} \quad |x| > e^{-C}$$

Úpravou rovnice:

$$z(x) = -\sqrt{2 \log |x| + 2C}$$

Dostává se v řešení

$$z(x) = -\sqrt{2 \log |x| + 2c}, \quad x \in (-\infty, -e^{-c})$$
$$\text{---//---}, \quad x \in (e^{-c}, +\infty)$$

Pokud má z hodnoty v J_2 , dostává se
obdobně

$$z(x) = \sqrt{2 \log |x| + 2c}, \quad x \in (-\infty, -e^{-c})$$
$$\text{---//---}, \quad x \in (e^{-c}, +\infty)$$

6. Řešení jsou max. (Úvaha; všimněte si, že 0 není stacionární řešení)

7. Převodí rovnici Fokker-Planck

$\partial_t \rho = \partial_x (z \rho)$ kde z jsou výše zaleptané
maximální řešení.

$$2) \quad \gamma(x) = \frac{\cancel{\gamma(x)} + 3x - 5}{4 - x - \cancel{\gamma(x)}}$$

Chci určit substitu $x = X + A$ a

hledat ještě nějakou $y = Y + B$ aby

rovnice měla tvar

$$Y(X) = \frac{2X + 3Y(X)}{4X + 8Y(X)}$$

Notreban j_n : $B + 3A = 5$

$$A + B = 4$$

i.e. $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{7}{2}$

$$Y'(X) = [A - B]'(X) = A'(X)$$

do x2 e a' m do to voice

$$Y'(X) = \frac{Y(X) + \frac{7}{2} + 3X + \frac{3}{2} - 5}{4 - Y(X) - \frac{7}{2} - X - \frac{1}{2}} = \frac{Y(X) + 3X}{-Y(X) - X}$$

Tuto rovnice je homogenní, i.e. kde dán

řešení tvaru $Y(X) = Z(X) \cdot X$

Podmínka $X \neq 0$ z naší rovnice

neplyne! I.e. řešení Y může být

i dělené z řešení kterého nás známe.

Posición:

$$z(x) + z'(x) \cdot X = - \frac{z(x) \cdot X + 3X}{X + z(x) \cdot X}$$

i.e.

$$z'(x) = - \frac{z(x) + 3 + z(x) + z^2(x)}{(1 + z(x))X}$$

$$= - \frac{z^2(x) + 2z(x) + 3}{(1 + z(x))} \cdot \frac{1}{X}$$

$$1. \quad h(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = -\frac{x^2 + 2x + 3}{1+x}$$

$$D_h = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

$$D_g = (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$$

$$2. \quad g \neq 0 \quad \text{as} \quad h \in \{-1\}$$

$$3. \quad J_1 = (-\infty, -1), \quad J_2 = (-1, \infty)$$

$$4. \quad z'(x) \cdot \left(-\frac{1+z(x)}{z^2(x)+2z(x)+3} \right) = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1}{x} dx \stackrel{c}{=} \log |x|$$

$$\int -\frac{1+x}{x^2+2x+3} dx \stackrel{c}{=} -\frac{1}{2} \log |x^2+2x+3|$$

$$-\frac{1}{2} \log |z^2(x) + 2z(x) + 3| = \log |x| + c$$

$c \in \mathbb{R}$.

$> 0!$

$$S. \quad G(J_i) = (-\infty, -\frac{1}{2} \log(2))$$

Pro z s hodnotami v J_1 dostáváme pod:

$$\log |x| + c < -\frac{1}{2} \log(2)$$

$$|x| < \exp\left(-\frac{1}{2} \log 2 - c\right) = \frac{e^{-c}}{\sqrt{2}}$$

Upraviť rovnice:

$$z^2(x) + 2z(x) + 3 = \exp(-2 \log|x| - 2c)$$

$$\underbrace{(z(x) + 1)^2 + 2} = \frac{\exp(-2c)}{x^2}$$

$$z(x) = -\sqrt{\frac{\exp(-2c)}{x^2} - 2} - 1 \quad (*)$$

Řešení jsou $z(x)$ dle (*) dle.

$$\text{na } \left(-\frac{e^{-c}}{\sqrt{2}}, 0\right) \quad \text{a na } \left(0, \frac{e^{-c}}{\sqrt{2}}\right)$$

Uč-1: z hodnoty v J_2 , dostaneme

řešení

$$z(x) = + \sqrt{\frac{\exp(-2c)}{x^2} - 2} - 1$$

dle na státníchl. int.